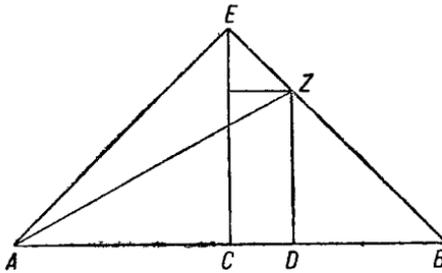


с тем, что $\sqrt{2}$ изображается гипотенузой AB подобного треугольника AEB . Если Z есть точка, в которой перпендикуляр, восстановленный к AB в D , пересекает катет EB , то мы имеем:

$$DB = DZ$$

и

$$AD^2 + DZ^2 = AE^2 + EZ^2 = 2AC^2 + 2CD^2.$$



Фиг. 6.

Чтобы сделать еще более ясным приложение найденного уравнения, положим

$$CD = x, \quad BD = y,$$

откуда

$$AD = 2x + y, \quad AC = x + y,$$

обозначив последние два количества через y_1 и x_1 , имеем:

$$2x_1^2 - y_1^2 = -(2x^2 - y^2).$$

Найденное уравнение даст возможность получить на основании решения в целых числах одного из двух неопределенных уравнений,

$$2x^2 - y^2 = \pm 1,$$

решение другого уравнения с большими числами $x_1 = x + y$ и $y_1 = 2x + y$. Если продолжать поступать таким образом, то значения $\frac{y}{x}$, $\frac{y_1}{x_1}$ и т. д., которые поочередно или слишком велики,

или слишком малы, все более приближаются к $\sqrt{2}$; можно начать с $x = y = 1$.

Впрочем, пифагорейцы знали уже приближенное значение $\frac{7}{5}$.

Возможно, что и в других частных случаях пытались произвести таким образом извлечение квадратного корня; это относится к уже упомянутым выше доказательствам иррациональности ряда частных корней (стр. 50). Кроме того, данный Эвклидом метод для проверки иррациональности содержит в себе подобное извлечение корня, обнаруживая сходство с современным употреблением непрерывных дробей, и их подходящих. Это сходство заметно уже в изложенном нами вычислении $\sqrt{2}$; возможно, впрочем, что и при извлечении других частных корней тоже пользовались неопределенными уравнениями второй степени, которые вместе с другими неопределенными уравнениями (как, например, $x^2 + y^2 = z^2$), с помощью коих составляли числовые примеры, свободные от извлечения квадратного корня, способствовали развитию у греков искусства решать некоторые неопределенные уравнения второй степени, — искусства, о котором свидетельствуют сочинения Диофанта, относящиеся к гораздо более поздней эпохе.

Но именно тот факт, что приходилось прибегать к такого рода специальным методам, свидетельствует достаточно убедительно